

OMTENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 1

2011-03-10

Skrivtid: 9.00-14.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon.

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

Uppgift 1. (20 poäng)

En mobiltelefonstillverkare har kommit fram till att 43 % av kunderna vill ha inbyggd GPS-navigering i mobiltelefonen, att 52 % vill ha en mobiltelefon med pekskärm och att 34 % vill ha en mobiltelefon med båda funktionerna.

- a) Vad är sannolikehten att en slumpmässigt vald kund vill ha en mobiltelefon med minst en av funktionerna?
- b) Vad är sannolikheten att en person som vill ha en mobiltelefon med pekskärm vill ha funktionen inbyggd GPS-navigering?
- c) Vad är sannolikheten att en person som vill ha en mobiltelefon utan pekskärm vill ha funktionen inbyggd GPS-navigering?

Uppgift 2. (20 poäng)

I butiken Berras mode har man konstaterat att antalet varor som en kund köper, X , är en stokastisk variabel med följande frekvensfunktion:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.3	0.36	0.22	0.08	0.03	0.01

- a) Ange fördelningsfunktionen för antalet varor som en kund köper, både i tabellform och i en graf.
- b) Bestäm sannolikheten att en kund köper mer än två varor.
- c) Bestäm förväntat antal varor en kund köper, givet att kunden köper mer än två varor.

Uppgift 3. (20 poäng)

Enligt undersökningar av köpbeteendet hos kreditkortsinnehavare gäller följande simultana fördelning för X =antal ägda kreditkort och Y =antal kortköp per vecka.

	Y =antal kortköp per vecka					
	0	1	2	3	4	
X =antal ägda kreditkort	1	0.08	0.13	0.09	0.06	0.03
	2	0.03	0.08	0.08	0.09	0.07
	3	0.01	0.03	0.06	0.08	0.08

- Bestäm marginalfördelningen för antal kortköp per vecka.
- Bestäm den betingade fördelningen för antal kortköp per vecka om antal ägda kreditkort är 3.
- Vad är förväntat antal kortköp per vecka för en person som äger 3 kreditkort?
- Är variablerna antal kreditkort och antal kortköp per vecka stokastiskt oberoende?

Uppgift 4. (20 poäng)

Ett tillverkningsföretag köper in komponenter från en leverantör. Komponenterna levereras i stora partier och innan ett parti accepteras görs en kvalitetskontroll. Ett slumpmässigt urval av 50 enheter kontrolleras. Om urvalet innehåller högst två felaktiga enheter accepteras partiet men om fler än två felaktiga enheter påträffas återsänds partiet till leverantören.

- Beräkna sannolikheten att ett parti accepteras om det innehåller 3 % felaktiga enheter.
- Beräkna sannolikheten att ett parti accepteras om det innehåller 10 % felaktiga enheter.

Uppgift 5. (20 poäng)

HN Cement AB har möjlighet att utföra två byggprojekt. Resultatet (vinst eller förlust) från vardera projekt antas vara en normalfördelad stokastisk variabel. Man bedömer att projekt 1 ger en vinst som överstiger 100 000 kr med sannolikheten 0.1 och en förlust (vinsten är mindre än noll) med sannolikheten 0.1. Projekt 2 bedöms ge en vinst som överstiger 150 000 kr med sannolikheten 0.1 och en förlust med sannolikheten 0.1. Projektens resultat antas dessutom vara oberoende av varandra.

- Vad är det förväntade resultatet för projekt 1 och projekt 2 var för sig? Vad är standardavvikelsen för resultatet för projekt 1 och projekt 2 var för sig?
- Vad är det förväntade resultatet om båda projekten utförs? Vad är standardavvikelsen för resultatet om båda projekten utförs?

Formler

Additionssatsen:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Multiplikationssatsen:

$$P(A \cap B) = P(A | B) P(B) = P(B | A) P(A)$$

Väntevärde för en diskret stokastisk variabel X :

$$E(X) = \sum_x x f(x)$$

Varians för en diskret stokastisk variabel X :

$$V(X) = \sum_x [x - E(X)]^2 f(x) = \sum_x x^2 f(x) - [E(X)]^2$$

Kovarians och korrelation mellan två diskreta stokastiska variabler X och Y :

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= \sum_x \sum_y [x - E(X)][y - E(Y)] f_{X,Y}(x, y) = \sum_x \sum_y xy f_{X,Y}(x, y) - E(X) E(Y) \\ \rho &= Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{V(X) V(Y)}} \end{aligned}$$

Räkneregler för väntevärden och varianser (a , b och c är konstanter, X och Y är stokastiska variabler):

$$\begin{aligned} E(c) &= c \\ E(cX) &= cE(X) \\ E(c + X) &= c + E(X) \\ E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\ V(c) &= 0 \\ V(cX) &= c^2 V(X) \\ V(c + X) &= V(X) \\ V(aX + bY) &= a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab Cov(X, Y) \end{aligned}$$

Binomialfördelningen:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x q^{n-x}$$